

Научная статья  
УДК 629.5.035.8  
DOI 10.46845/1997-3071-2024-74- 136-150

### К вопросу об определении прогибов гребных валов

Дмитрий Александрович Романюта<sup>1</sup>, Алексей Сергеевич Ариенчук<sup>2</sup>

<sup>1, 2</sup> Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия

<sup>1</sup>dmitrij.romanyuta@klgtu.ru , <https://orcid.org/0000-0002-0828-5990>

<sup>2</sup>aleksej.arienchuk@klgtu.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается проблема выполнения расчета прогиба гребного вала в соответствии с требованиями Правил Российского морского регистра судоходства (РМРС). На примере гребного вала отдельного судна составлена расчетная схема и выполнен расчет методом конечных элементов с использованием программного обеспечения (ПО) «Femap with NX Nastran». Показано, что такой расчет не может быть признан РМРС. Выделены два основных метода, которые могут быть использованы для получения одобренного РМРС расчета – с помощью программного обеспечения или аналитического решения с учетом требований соответствующих нормативных документов. Изучены ПО, имеющие типовое свидетельство об одобрении РМРС для выполнения подобных расчетов, и установлено, что в настоящее время таких ПО не существует. Рассмотрена схема расчета прогиба гребного вала с помощью аналитического решения. Получены выражения для определения нагрузок, осевых моментов инерции поперечных сечений и изгибающих моментов на каждом участке. Отмечено, что составление выражения изгибающих моментов и его двойное интегрирование для участка с переменным по длине сечением трудоемко и требует использования вычислительной техники. Предложена упрощенная методика расчета (в двух вариантах), заключающаяся в замене участка вала с переменным сечением на участок с постоянным сечением, что существенно упрощает выполнение расчетов аналитическим методом. Согласно полученным результатам соответствующая замена участка вала приводит к незначительным погрешностям (не более 0,1 % в расчетах прогибов и угла поворота), что является допустимым в соответствии с нормативными документами. Подчеркнуто, что предлагаемое допущение может иметь ограничения применения, это будет исследовано авторами в последующих работах.

**Ключевые слова:** гребной вал, прогиб, угол поворота, femap, балка с переменным сечением, уравнение изгиба.

**Для цитирования:** Романюта Д. А., Ариенчук А. С. К вопросу об определении прогибов гребных валов // Известия КГТУ. 2024. № 74. С. 136–150. DOI 10.46845/1997-3071-2024-74-136-150.

Original article

### On the issue of determining propeller shaft deflections

Dmitriy A. Romanyuta<sup>1</sup>, Aleksey S. Arienchuk<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia

<sup>1</sup>dmitrij.romanyuta@klgtu.ru , <https://orcid.org/0000-0002-0828-5990>

<sup>2</sup>aleksej.arienchuk@klgtu.ru

**Abstract.** The article discusses the problem of calculating the deflection of the propeller shaft, in accordance with the requirements of the Rules of the Russian Maritime Register of Shipping (hereinafter referred to as RMRS). Using the example of a propeller shaft of a separate vessel, a calculation diagram has been drawn up, and a calculation has been performed using the finite element method using the software (hereinafter referred to as the software) "Femap with NX Nastran". It is shown that the calculation by the finite element method cannot be recognized as RMRS. Two main methods have been identified that can be used to obtain an approved RMRS calculation: using approved software or direct analytical methods, taking into account the requirements of the relevant regulatory documents. Software that has a standard certificate of approval by RMRS for performing such calculations has been studied, and it has been found that currently such software does not exist. A scheme is considered for calculating the deflection of the propeller shaft using the direct analytical method. Expressions are obtained for determining loads, axial moments of inertia of cross sections and bending moments at each section. It is noted that compiling an expression for bending moments and its double integration for a section with a variable cross-section that varies along its length is labor-intensive and requires the use of computer technology. A simplified calculation method (in two versions) has been proposed, which consists in replacing a section of a shaft with a variable cross-section with a section with a constant cross-section, which significantly simplifies the calculations by the direct analytical method. According to the results obtained, the corresponding replacement of the shaft section leads to some insignificant errors: no more than 0.1% in the calculations of deflections and angle of rotation, which is acceptable, according to regulatory documents. It is emphasized that the proposed assumption may have limitations in application, which will be investigated by the authors in subsequent works.

**Keywords:** propeller shaft, deflection, rotation angle, femap, beam with variable section, bending equation.

**For citation:** Romanyuta D. A., Arienchuk A. S. On the issue of determining propeller shaft deflections // *Izvestiya KGTU = KSTU News*. 2024;(74):136–150. (In Russ.). DOI 10.46845/1997-3071-2024-74-136-150.

## ВВЕДЕНИЕ

Авторам статьи была поставлена задача по расчету прогиба гребного вала в соответствии с расчетной схемой, представленной на рис. 1. Расчетный гребной вал состоял из четырех ступеней:

- ступень I – участок длиной 645 мм постоянного круглого поперечного сечения диаметром 115 мм;
- ступень II – участок длиной 1648 мм постоянного круглого поперечного сечения диаметром 110 мм;
- ступень III – участок длиной 215 мм переменного круглого поперечного сечения: на рубеже II и III участка диаметром 110 мм, на рубеже III и IV участка – 95,7 мм;
- ступень IV – участок длиной 66 мм постоянного круглого поперечного сечения диаметром 64 мм.

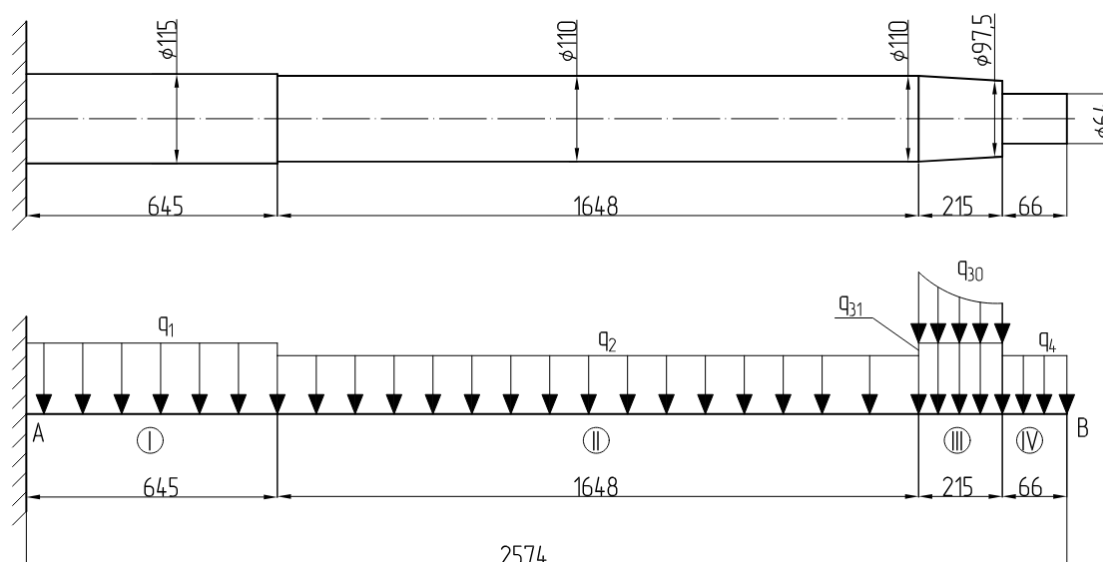


Рис. 1. Расчетная схема гребного вала  
Fig. 1. Design diagram of the propeller shaft

По условию задачи сечение А принималось жестко-заделанным. На вал действовали следующие нагрузки:

1. Собственный вес конструкции – распределенные нагрузки  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_{30}$ ,  $q_4$  на каждом участке соответственно;
2. Вес от полумуфты гребного вала – равномерно распределенная нагрузка  $q_{31}$  на III участке.

Ввиду того, что на участках I, II и IV поперечное сечение вала постоянное, нагрузки принимались равномерно распределенными. На участке III поперечное сечение переменное, поэтому нагрузка  $q_{30}$  принималась неравномерно распределенной.

Согласно проектно-конструкторской документации на судно вал выполнен из стали 14X17H2 по ГОСТ 5632-2014 «Легированные нержавеющие стали и сплавы коррозионно-стойкие, жаростойкие и жаропрочные. Марки».

Физический смысл задачи сводился к следующему: гребной вал с размещенной на нем полумуфтой был установлен и закреплен в дейдвудном устройстве судна в сечении А. Противоположный конец гребного вала (сечение В) от собственного веса и веса полумуфты получил некоторый прогиб. Необходимо было определить, насколько нужно приподнять провисшую часть гребного вала (сечение В), чтобы отцентровать его теоретическую ось и состыковать с фланцем редуктора главного двигателя. Расчет должен быть выполнен и согласован с РМРС.

Авторами работы принято решение провести расчет данной конструкции методом конечных элементов с использованием ПО «Femap with Nx Nاستان 2021.1».

Характеристики стали 14X17H2 принимались в соответствии с [1, 2]:

1. Модуль упругости – 220 ГПа;
2. Плотность – 7750 кг/м<sup>3</sup>;
3. Модуль сдвига – 85 ГПа.

Так как расчетная конструкция имела участок переменного сечения (ступень III расчетной схемы), было принято решение выполнить расчет объемными конечными элементами в форме тетраэдра. Расчет прогиба осуществлен на сетках с размером элементов 50, 25, 15, 10 и 5 мм. Результаты расчета представлены в табл. 1. В качестве итогового принято значение, полученное на сетке размером 10 мм, поскольку погрешность в определении прогиба от предыдущего приближения составляла менее 1 %. Результирующая картина перемещений конструкции на сетке размером 10 мм показана на рис. 2.

Таблица 1. Результат расчета гребного вала методом конечных элементов  
Table 1. The result of calculating the propeller shaft using the finite element method

| Размер сетки, мм | Прогиб на конце вала, мм | Погрешность, % | Количество элементов, шт. | Рост, % |
|------------------|--------------------------|----------------|---------------------------|---------|
| 50               | 3,602                    | –              | 1982                      | –       |
| 25               | 3,276                    | 9,051          | 13009                     | 556     |
| 15               | 3,181                    | 2,900          | 56393                     | 333     |
| 10               | 3,156                    | 0,786          | 185340                    | 229     |
| 5                | 3,140                    | 0,507          | 1376844                   | 643     |

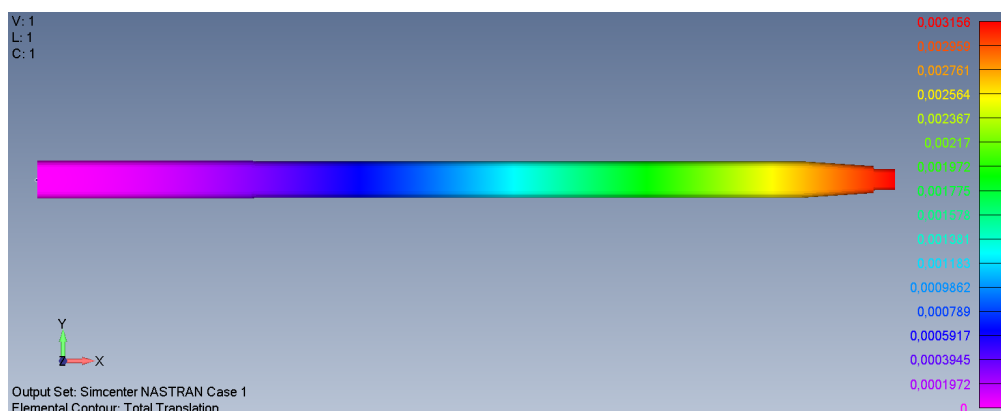


Рис. 2. Картина распределения перемещений  
Fig. 2. A distribution pattern of translations

Максимальный прогиб вала в сечении В составил 3,16 мм. При обсуждении результатов расчетов с заказчиком выяснилось, что заказчик ранее уже пытался согласовать конечно-элементный расчет данного гребного вала (выполненный в ПО «Ansys») с РМРС, однако расчет оказался непринятым, так как в настоящее время не существует ПО, выполняющего расчеты методом конечных элементов с соответствующим свидетельством РМРС об одобрении. Было получено указание произвести расчет прогиба гребного вала либо с помощью ПО, либо аналитическим методом с учетом требований и комментариев [3]. Как будет показано ниже, выполнить расчет гребного вала с помощью одобренного ПО не представляется возможным.

Согласно приложению 1 [3], прогибы и углы поворота валов должны определяться или методом начальных параметров, или с помощью таблиц, представленных в том же приложении. Однако оба варианта применимы только для балок и участков с постоянным поперечным сечением, в то время как участок III расчетной схемы имеет переменное сечение. В отношении участков с переменным сечением в [3] указаний нет.

Таким образом, цель работы – аналитическим методом выполнить расчет прогиба гребного вала с учетом участка с переменным сечением.

#### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТОВ ВАЛОВ, ОДОБРЕННОЕ РМРС

На официальном сайте РМРС можно ознакомиться с общим перечнем одобренного ПО. Согласно данному перечню, в настоящий момент не существует одобренного ПО, с помощью которого можно было бы выполнять расчеты прогибов валов. До 23 декабря 2023 г. имелось только одно ПО со свидетельством о типовом одобрении – программа для расчета напряженно-деформированного состояния судового валопровода «Валопровод-К», разработанная АО «Центр технологии судостроения и судоремонта» (Свидетельство о типовом одобрении программы расчетов для ЭВМ №18.00175.313 от 26.12.2018), однако сейчас данное свидетельство признано недействительным. Кроме того, данное ПО отсутствует в открытом доступе и является внутренней программой предприятия. Таким образом, расчет гребного вала с помощью одобренного ПО невозможен, поэтому его необходимо выполнять согласно приложению 1 [3].

#### РАСЧЕТ ПРОГИБА ГРЕБНОГО ВАЛА С ПОМОЩЬЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ИЗГИБА БАЛОК

Известно, что метод начальных параметров, требуемый [3], является одним из возможных методов решения дифференциального уравнения упругой линии балки [4, 5]. Этот метод нашел свое применение для балок, состоящих из большого количества пролетов постоянной жесткости, поскольку уменьшает число свободных членов, возникающих при использовании дифференциального уравнения изгиба балки. В рассматриваемой расчетной схеме материал вала на всех участках одинаковый, а профиль меняется по длине. На III участке расчетной схемы профиль меняется даже в рамках самого участка. В связи с этим использовать метод начальных параметров невозможно, поэтому было принято решение выполнить

расчет на основе непосредственного решения дифференциального уравнения упругой линии балки.

Дифференциальное уравнение изгиба балки переменного сечения имеет вид (1) [6]:

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI(x)}, \quad (1)$$

где  $M(x)$  – выражение изгибающего момента на соответствующем участке;  $E$  – модуль упругости материала балки;  $I(x)$  – выражение изменения осевого момента инерции поперечного сечения балки.

Использование уравнения (1) на участках I, II и IV не представляется затруднительным, поскольку профиль вала на данных участках не меняется, а приложенная нагрузка носит постоянный характер.

На III участке профиль меняется линейно с диаметра 110 мм в начале участка до 95,7 мм на конце участка, длина участка – 215 мм. Таким образом, выражение для изменения диаметра  $d(x_3)$  будет выглядеть как (2):

$$d(x_3) = 0,11 - 0,0665x_3, \quad (2)$$

где  $x$  – положение сечения по длине участка. Здесь и ниже координаты  $x_1 - x_4$  отсчитываются от начальных точек участков I–IV. Тогда выражение осевого момента инерции для III участка  $I_3(x_3)$  примет вид (3):

$$I_3(x_3) = \frac{\pi d^4(x_3)}{64} = \frac{\pi (0,11 - 0,0665x_3)^4}{64}. \quad (3)$$

Выражение для нагрузки от собственного веса III участка вала  $q_{30}(x_3)$  будет выглядеть следующим образом (4):

$$q_{30}(x_3) = \frac{\pi d^2(x_3) \rho g}{4} = \frac{\pi \rho g}{4} \cdot (0,11 - 0,0665x_3)^2, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность материала вала;  $g$  – ускорение свободного падения. Таким образом, выражение нагрузки от собственного веса балки на III участке имеет параболический характер.

В данной задаче наибольшую сложность представляет собой составление и интегрирование выражения изгибающего момента от нагрузки  $q_{30}(x)$  в произвольном сечении  $x$  на III участке. Укрупненное изображение данного участка представлено на рис. 3.

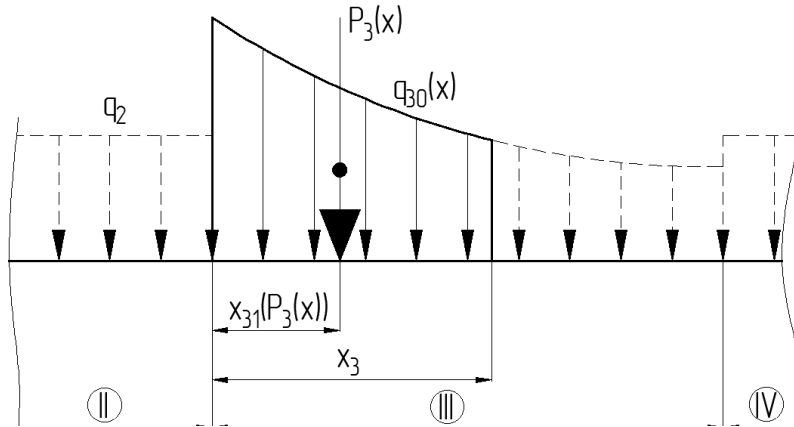


Рис. 3. Участок III расчетной схемы под действием нагрузки  $q_{30}(x)$   
Fig. 3. Section III of the design scheme under the influence of load  $q_{30}(x)$

Выражение для сосредоточенной силы  $P_3(x_3)$  от нагрузки  $q_{30}(x_3)$  до сечения  $x_3$  имеет вид (5):

$$P_3(x_3) = \int_0^{x_3} q_{30}(x_3) dx = \int_0^{x_3} \frac{\pi \rho g}{4} \cdot (0,11 - 0,0665x_3)^2 dx =$$

$$= \frac{\pi \rho g}{4} \cdot \left( \frac{x_3 \cdot (0,0665^2 \cdot x_3^2 - 3 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3 + 3 \cdot 0,11^2)}{3} \right). \quad (5)$$

Расстояние от точки приложения силы  $P_3(x_3)$  до рассматриваемого сечения  $x_3$ ,  $x_3(P_3(x_3))$  определяется по формуле (6) [7]:

$$x_3(P_3(x_3)) = x_3 - x_{31}(P_3(x_3)) =$$

$$= x_3 - \frac{\int_0^{x_3} q_{30}(x_3) \cdot x_3 dx}{\int_0^{x_3} q_{30}(x_3) dx} = x_3 - \frac{\int_0^{x_3} \frac{\pi \rho g}{4} \cdot (0,11 - 0,0665x_3)^2 \cdot x_3 dx}{\int_0^{x_3} \frac{\pi \rho g}{4} \cdot (0,11 - 0,0665x_3)^2 dx} =$$

$$= \frac{0,0665^2 \cdot x_3^3 - 4 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3^2 + 6 \cdot 0,11^2 \cdot x_3}{4 \cdot 0,0665^2 \cdot x_3^2 - 12 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3 + 12 \cdot 0,11^2}. \quad (6)$$

Тогда выражение изгибающего момента  $M_3(x_3)(q_{30}(x_3))$  от нагрузки  $q_{30}(x_3)$  на III участке в сечении  $x_3$  рассчитывается по формуле (7):

$$M_3(x_3)(q_{30}(x_3)) = P_3(x_3) \cdot x_3(P_3(x_3)) =$$

$$= \frac{\pi \rho g}{4} \cdot \left( \frac{x_3 \cdot (0,0665^2 \cdot x_3^2 - 3 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3 + 3 \cdot 0,11^2)}{3} \right) \times$$

$$\times \left( \frac{0,0665^2 \cdot x_3^3 - 4 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3^2 + 6 \cdot 0,11^2 \cdot x_3}{4 \cdot 0,0665^2 \cdot x_3^2 - 12 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3 + 12 \cdot 0,11^2} \right). \quad (7)$$

Выражения изгибающих моментов для каждого участка гребного вала представлены в формулах (8)–(11):

$$M_1(x) = -M_0 + R_0 x_1 - \frac{q_1 x_1^2}{2}, \quad (8)$$

$$M_2(x) = -M_0 + R_0(l_1 + x_2) - q_1 \cdot l_1 \cdot \left(x_2 + \frac{l_1}{2}\right) - \frac{q_2 x_2^2}{2}, \quad (9)$$

$$M_3(x) = -M_0 + R_0(l_1 + l_2 + x_3) - q_1 \cdot l_1 \cdot \left(x_3 + \frac{l_1}{2} + l_2\right) - q_2 \cdot l_2 \times \\ \times \left(x_3 + \frac{l_2}{2}\right) - \frac{\pi \rho g}{4} \cdot \left(\frac{x_3 \cdot (0,0665^2 \cdot x_3^2 - 3 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3 + 3 \cdot 0,11^2)}{3}\right) \times \\ \times \left(\frac{0,0665^2 \cdot x_3^3 - 4 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3^2 + 6 \cdot 0,11^2 \cdot x_3}{4 \cdot 0,0665^2 \cdot x_3^2 - 12 \cdot 0,0665 \cdot 0,11 \cdot x_3 + 12 \cdot 0,11^2}\right) - \frac{q_{31} x_3^2}{2}, \quad (10)$$

$$M_4(x) = -M_0 + R_0(l_1 + l_2 + l_3 + x_4) - q_1 \cdot l_1 \times \\ \times \left(x_4 + \frac{l_1}{2} + l_2 + l_3\right) - q_2 \cdot l_2 \left(x_4 + \frac{l_2}{2} + l_3\right) - P_3(l_3) \cdot l(P_3(l_3)) - \\ - \frac{q_4 x_4^2}{2} - q_{31} l_3 \left(x_4 + \frac{l_3}{2}\right), \quad (11)$$

где  $M_0$  – реактивный момент в заделке;  $R_0$  – реактивная вертикальная сила в заделке;  $P_3(l_3)$  – результирующая сила от нагрузки  $q_{30}(x)$  на всем III участке;  $l(P_3(l_3))$  – плечо от результирующей силы  $P_3(l_3)$  до сечения  $x_4$ ;  $l_1 - l_4$  – длины соответствующих участков I–IV.

Расчет прогиба участков гребного вала произведен согласно (1). Интегрирование выражений (8), (9), (11) (деленное на осевой момент инерции соответствующего участка балки и модуля упругости материала) выполняется без затруднений и использования специализированного ПО. Интегрирование выражения (10) (отнесенное к выражению (7) и модулю упругости материала балки) без программного обеспечения достаточно трудоемко, причем главной сложностью является интегрирование слагаемого  $M_3(x)(q_{30}(x))$  (см. формулу (7)) в совокупности с интегрированием выражения момента инерции (3).

В связи с этим было принято решение выполнить необходимые математические расчеты и вычисления в ПО «MathCad 15.0 (M050)». В табл. 2 представлены результаты расчета гребного вала, показаны численные значения углов поворота и прогибов сечений, соответствующих концам участков расчетной схемы на рис. 1, а также значения прогибов с конечно-элементного расчета и расчет погрешности.

Таким образом, погрешность расчетов при непосредственном интегрировании дифференциального уравнения изгиба (1) по отношению к конечно-элементному расчету составила менее 1 %.

Таблица 2. Результат расчета гребного вала  
Table 2. The result of propeller shaft calculation

|                                     | Интегрирование дифф. уравнения            |            | МКЭ        | Погрешность,<br>% |
|-------------------------------------|-------------------------------------------|------------|------------|-------------------|
|                                     | Угол поворота,<br>$\text{рад} \cdot 10^3$ | Прогиб, мм | Прогиб, мм |                   |
| Конец I участка<br>( $x=0,645$ м)   | –0,851                                    | –0,298     | –0,298     | <b>0</b>          |
| Конец II участка<br>( $x=2,293$ м)  | –1,694                                    | –2,656     | –2,67      | <b>–0,53</b>      |
| Конец III участка<br>( $x=2,508$ м) | –1,697                                    | –3,021     | –3,03      | <b>–0,30</b>      |
| Конец IV участка<br>( $x=2,574$ м)  | –1,697                                    | –3,133     | –3,16      | <b>–0,86</b>      |

### РАСЧЕТ ПРОГИБА ГРЕБНОГО ВАЛА С ПОМОЩЬЮ УПРОЩЕННОГО МЕТОДА

Использование непосредственного интегрирования дифференциального уравнения изгиба балки – надежный и проверенный метод, однако не всегда удобный и доступный. Двойное интегрирование слагаемого (7) из выражения (10) вместе с интегрированием выражения (3) – сложная и комплексная задача, решение которой без применения вычислительной техники весьма трудозатратно. По этой причине авторы предлагают использовать определенное допущение, позволяющее избавиться от сложных выражений (7), (3) и их последующих интегрирований. Данное допущение сводится к тому, чтобы заменить участок вала с переменным по длине сечением на участок с постоянным сечением. Тем самым, во-первых, существенно упрощается составление выражения изгибающего момента от соответствующей распределенной нагрузки (облегчаются выражения (5)–(7)), во-вторых, выражение осевого момента инерции в рамках участка становится постоянным. Таким образом, определение прогиба и угла поворота поперечных сечений гребного вала значительно упрощается.

Расчетам прогибов балок переменного сечения посвящено множество работ, в которых используются различные методы: решение с помощью теоремы Кастилиано [8], метода Ритца [9], ряда Фурье по ортогональным полиномам [10] и др. Однако во всех подобных работах балка переменного сечения рассматривается в исходном виде, без введения допущений на ее геометрическую форму. В работе [11] показан расчет ступенчатых валов редукторов, где участок вала с переменным сечением заменяется на вал с постоянным сечением, однако в данной работе автор уделяет внимание учету деформации валов от сдвига, а также концентрации напряжений в местах резкого изменения диаметра. Оценка возможности замены участка переменного сечения вала на участок с постоянным сечением не приведена.

Имеется ряд работ, посвященных вопросам расчета судовых валопроводов. В [12, 13] авторы подчеркивают, что задача расчета судовых валопроводов сложная, требует учета множества параметров и по этой причине должна быть автоматизирована. На данную тему была написана кандидатская диссертация [14], одним

из результатов которой является запатентованное программное обеспечение «Shaftmodel – Моделирование судовых водопроводов». Данное программное обеспечение отсутствует в открытом доступе и не имеет одобрения Российского морского регистра судоходства и Российского классификационного общества.

В работе [15] делается акцент на необходимость учета возможной податливости закреплений и деформаций сдвига при расчетах прогиба судовых валопроводов, при этом в качестве примера рассматривается вал с постоянным поперечным сечением.

В других работах, пролеты вала с переменным сечением не рассматривались. Таким образом, материалов по исследованию возможности замены участка гребного вала с переменным сечением на участок с постоянным сечением не было найдено.

Согласно расчетной схеме, представленной на рис. 1, третья ступень вала представляет собой участок длиной 215 мм переменного круглого сечения: на рубеже II и III участка диаметром 110 мм, на рубеже III и IV участка – 95,7 мм. Определенный интеграл (5) по всей длине третьей ступени дает значение сосредоточенной силы, представляющей собой эквивалент распределенной нагрузки  $q_{30}(x)$ . Значение такой силы  $P_3(l_3) = 137,78$  Н.

Применение допущения по замене ступени вала с переменным сечением на участок с постоянным сечением выполнено в двух вариантах:

1. Средний диаметр по длине ступени ( $d_{1cp}$ ). Среднее значение диаметра вала на III ступени равно 102,85 мм. Сила от собственного веса такого участка вала,  $P_{31}(l_3)$ , определяется по формуле (12):

$$P_{31}(l_3) = \frac{\pi d_{1cp}^2}{4} l_3 \rho g = \frac{3,14 \cdot 0,10285^2}{4} \cdot 0,215 \cdot 7750 \cdot 9,81 = 135,73 \text{ Н.} \quad (12)$$

Разница от силы тяжести ступени с переменным сечением составляет 1,49 %;

2. Средний диаметр по силе от собственного веса III ступни ( $d_{2cp}$ ). Значение диаметра определяется по формуле (13):

$$d_{2cp} = \sqrt{(4 \cdot P_3(l_3)) / (\pi \rho g l_3)} = \sqrt{(4 \cdot 137,78) / (3,14 \cdot 7750 \cdot 9,81 \cdot 0,215)} = 0,10362 \text{ м} = 103,62 \text{ мм.} \quad (13)$$

При данном значении диаметра III ступени обеспечивается полное равенство сил относительно исходной расчетной схемы (рис. 1).

В обоих выше описанных вариантах выражение нагрузки на III ступени от собственного веса вала (формула (4)) и осевой момент инерции (формула (3)) принимают постоянное значение. Выражение (7) трансформируется в выражение (14):

$$M_3(x)(q_{3cp}) = \frac{q_{3cp} x_3^2}{2}, \quad (14)$$

где  $q_{3cp}$  – равномерно распределенная нагрузка на III ступени вала от среднего диаметра ( $d_{1cp}$  или  $d_{2cp}$ ).

При такой постановке задачи расчет прогиба гребного вала с помощью непосредственного интегрирования дифференциального уравнения изгиба балки может выполняться даже без использования специализированного ПО. Также возможно применение других методов определения перемещений – метод начальных параметров, применение формул Симпсона, метода Верещагина и др.

Результаты расчета прогибов и угловых перемещений представлены в табл. 3. В ней «Гребной вал № 1» – исходный вал с переменным сечением на III ступени, посчитанный непосредственным интегрированием; «Гребной вал № 2» – вал с III ступенью диаметром 102,85 мм, определенный с помощью уравнения метода начальных параметров; «Гребной вал № 3» – вал с III ступенью диаметром 103,62 мм, вычисленный также с помощью уравнения метода начальных параметров, как требуется согласно [3].

Из данных, представленных в табл. 3, следует, что замена участка вала с переменным сечением на участок с постоянным сечением возможна, погрешность в результатах расчета прогибов составляет не более 0,04 %, в расчетах углах поворота – не более 0,06 %. При этом расчет по среднему диаметру, определенному по силе от собственного веса III ступени, является более корректным, так как обеспечивает эквивалентность заданной расчетной схемы с точки зрения приложенных сил.

С учетом рекомендаций [3] в качестве допускаемого отклонения в расчетах прогибов принято значение 0,1 мм. Таким образом, предлагаемое допущение по замене участка вала с переменным по длине сечением на участок с постоянным сечением возможно и показывает достаточно точный результат.

Таблица 3. Сравнительный результат расчета гребного вала  
Table 3. Comparative result of calculation of propeller shaft

| Характеристика \ Расчетное сечение |                                  | Конец I участка<br>( $x=0,645$ м) | Конец II участка<br>( $x=2,293$ м) | Конец III участка<br>( $x=2,508$ м) | Конец IV участка<br>( $x=2,574$ м) |
|------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| Гребной вал № 1                    | Прогиб, мм                       | –0,298                            | –2,656                             | –3,021                              | –3,133                             |
|                                    | Угол повор., рад·10 <sup>3</sup> | –0,851                            | –1,694                             | –1,697                              | –1,697                             |
| Гребной вал № 2                    | Прогиб, мм                       | –0,298                            | –2,657                             | –3,022                              | –3,134                             |
|                                    | Погрешность, %                   | <b>0,00 %</b>                     | <b>0,04 %</b>                      | <b>0,03 %</b>                       | <b>0,03 %</b>                      |
|                                    | Угол повор., рад·10 <sup>3</sup> | –0,851                            | –1,694                             | –1,698                              | –1,698                             |
|                                    | Погрешность, %                   | <b>0,00 %</b>                     | <b>0,00 %</b>                      | <b>0,06 %</b>                       | <b>0,06 %</b>                      |
| Гребной вал № 3                    | Прогиб, мм                       | –0,298                            | –2,657                             | –3,022                              | –3,134                             |
|                                    | Погрешность, %                   | <b>0,00 %</b>                     | <b>0,04 %</b>                      | <b>0,03 %</b>                       | <b>0,03 %</b>                      |
|                                    | Угол повор., рад·10 <sup>3</sup> | –0,851                            | –1,695                             | –1,698                              | –1,698                             |
|                                    | Погрешность, %                   | <b>0,00 %</b>                     | <b>0,06 %</b>                      | <b>0,06 %</b>                       | <b>0,06 %</b>                      |

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемое авторами допущение позволяет существенно упростить расчет прогиба гребного вала. При использовании допущения нет необходимости прибегать к непосредственному интегрированию дифференциального уравнения изгиба балок. Прогибы и углы поворота поперечных сечений можно определить более простыми методами.

В относительных величинах погрешность в определении прогибов и углов поворота не превышает 0,1 %. В абсолютных значениях погрешность в определении прогибов не превышает 0,001 мм, что ниже допускаемого значения 0,1 мм [3].

Однако есть предположение, что использование рассмотренного допущения имеет ограничения. Возможно, с увеличением рассматриваемой конструкции погрешность в определении прогибов и углов поворота, обусловленная заменой участка вала с переменным сечением на участок с постоянным сечением, будет увеличиваться. По этой причине в дальнейшем авторы планируют установить границы применения предлагаемого метода на расчетах гребных валов судов других проектов. Все расчетные файлы и используемые источники размещены по ссылке в открытом доступе<sup>1</sup>.

## Список источников

1. Марочник сталей и сплавов. Москва: Машиностроение, 2003. 784 с.
2. ГОСТ Р 59115.2-2021. Обоснование прочности оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. Модуль упругости, температурный коэффициент линейного расширения, коэффициент Пуассона, модуль сдвига. Введ. 2021-10-20. Москва, 2021. 19 с.
3. ОСТ 5. 4368-81. Валопродовы судовые движительных установок. Монтаж. Технические требования, правила приемки и методы контроля. Введ. 1981-12-31. Ленинград, 1981. 142 с.
4. Николаев И. И., Романюта Д. А. Исследование границ применения уравнения начальных параметров для построения упругой линии балки // Вестник молодежной науки. 2019. № 1 (18). URL: <http://vestnikmolnauki.ru/1-18/> (дата обращения: 06.03.2024).
5. Алдабергенов А. К. О методе непосредственного интегрирования // Вестник науки и образования. 2016. № 8 (20). С. 29–31.
6. Шилиманова Е. С., Мищенко А. В. Приближенная оценка перемещений балок переменного сечения // НАУКА. Технологии. Инновации-2023: сборник статей II Международной научно-практической конференции, Петрозаводск, 2023. С. 10–17.
7. Равнодействующая распределенной нагрузки. URL: <https://termeho.ru/statika/12-ravnodejstvuyushhaya-raspredelennoj-nagruzki/> (дата обращения 01.03.2024).
8. Лилкова-Маркова С. В., Киндова-Петрова Д. Применение теоремы Кас-тилиано для балок переменного сечения // Вестник Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования

---

<sup>1</sup> <https://disk.yandex.ru/d/X5XPjAqzZnfbkg>

«Московский государственный агроинженерный университет имени В. П. Горячкина». 2008. № 1 (26). С. 102–103.

9. Трянин И. И. Определение прогиба от сдвига балки переменного сечения по методу Ритца // Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. 2007. № 22. С. 158–162.

10. Иванов П. С., Прокопьев В. И. Общее решение для уравнения изогнутой оси балки с переменным сечением с помощью рядов Фурье // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2019. № 3 (41). С. 44–50.

11. Sanchez-Marin F., Roda-Casanova V., Porras-Vazquez A. A new analytical model to predict the transversal deflection under load of stepped shafts. Int. J. Mech. Sci. 2018. P. 91–104.

12. Комаров В. В., Чан Динь Тьен. Судовой валопровод как многоопорная балка: расчетная методика, учитывающая потребности ее программирования для ЭВМ // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. 2009. № 2. С. 26–32.

13. Комаров В. В., Чан Динь Тьен. Автоматизация расчетов по укладке гребных валов на дейдвудных опорах // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. 2010. № 1. С. 115–123.

14. Чан Динь Тьен. Информационная система моделирования судовых валопроводов при проектировании: автореф. дисс. канд. техн. наук: 05.08.05. Астрахань, 2011. 18 с.

15. Гольцев Б. В. Учет особенностей напряженно-деформированного состояния при расчете основных изгибных характеристик судового валопровода // Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета. 2016. № 3 (28). С. 53–61.

## References

1. *Marochnik staley i splavov* [Grade guide of steels and alloys]. Moscow, Mashinostroenie, 2003. 784 p.

2. State Standard 59115.2-2021. Justification of the strength of equipment and pipelines of nuclear power plants. Modulus of elasticity, temperature coefficient of linear expansion, Poisson's ratio, shear modulus. Moscow, Standartinform Publ., 2021. 19 p. (In Russian).

3. State Standard 5. 4368-81. Shafting lines for ship propulsion systems. Installation. Technical requirements, acceptance rules and control methods. Leningrad, Standartinform Publ., 1981. 142 p. (In Russian).

4. Nikolaev I. I., Romanyuta D. A. Issledovanie granits primeneniya uravneniya nachal'nykh parametrov dlya postroeniya uprugoy linii balki [Study of the limits of application of the initial parameters equation for constructing the elastic line of a beam]. *Vestnik molodezhnoy nauki*, 2019, no. 1 (18), available at: <http://vestnikmolnauki.ru/1-18/> (Accessed 06 March 2024).

5. Aldabergenov A. K. O metode neposredstvennogo integrirovaniya [On the method of direct integration]. *Vestnik nauki i obrazovaniya*, 2016, no. 8 (20), pp. 29–31.

6. Shilimanova E. S., Mishchenko A.V. Priblizhennaya otsenka peremeshcheniy balok peremennogo secheniya [Approximate estimate of displacements of beams of variable cross-section]. *NAUKA. Tekhnologii. Innovatsii-2023: sbornik statey II Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [THE SCIENCE. Technologies. Innovations-2023: collection of articles of the II International Scientific and Practical Conference]. Petrozavodsk, 2023, pp. 10–17.
7. Ravnodeystvuyushchaya raspredelennoy nagruzki [Resultant of distributed load]. Available at: <https://termeh.ru/statika/12-ravnodejstvuyushchaya-raspredelennoj-nagruzki/> (Accessed 01 March 2024).
8. Lilkova-Markova S. V., Kindova-Petrova. D. Primenenie teoremy Kastiliano dlya balok peremennogo secheniya [Application of Castilano's theorem for beams of variable cross-section]. *Vestnik Federal'nogo gosudarstvennogo obrazovatel'nogo uchrezhdeniya vysshego professional'nogo obrazovaniya "Moskovskiy gosudarstvennyy agroinzhenernyy universitet imeni V. P. Goryachkina"*. 2008. no. 1 (26), pp. 102–103.
9. Tryanin I. I. Opredelenie progiba ot sdviga balki peremennogo secheniya po metodu Rittsa [Determination of deflection due to shear of a beam of variable cross-section using the Ritz method]. *Vestnik Volzhskoy gosudarstvennoy akademii vodnogo transporta*, 2007, no. 22, pp. 158–162.
10. Ivanov P. S., Prokop'ev V. I. Obshchee reshenie dlya uravneniya izognutoy osi balki s peremennym secheniem s pomoshch'yu ryadov Fur'e [General solution for the equation of the curved axis of a beam with a variable cross-section using Fourier series]. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predel'nogo sostoyaniya*, 2019, no. 3 (41), pp. 44–50.
11. Sanchez-Marin F., Roda-Casanova V., Porras-Vazquez A. A new analytical model to predict the transversal deflection under load of stepped shafts. *Int. J. Mech. Sci.* 2018. P. 91–104.
12. Komarov V. V., Chan Din' T'en. Sudovoy valoprovod kak mnogoopornaya balka: raschetnaya metodika, uchityvayushchaya potrebnosti ee programmirovaniya dlya EVM [Ship shafting as a multi-support beam: a calculation method that takes into account the needs of its programming for a computer]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Morskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2009, no. 2, pp. 26–32.
13. Komarov V. V., Chan Din' T'en. Avtomatizatsiya raschetov po ukladke grebnykh valov na deydvudnykh oporakh [Automation of calculations for laying propeller shafts on stern tube supports]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Morskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2010, no. 1, pp. 115–123.
14. Chan Din' T'en. *Informatsionnaya sistema modelirovaniya sudovykh valoprovodov pri proektirovanii. Avtoreferat diss. kand. tekhn. nauk* [Information system for modeling ship shafting during design. Abstract of dis. can. sci.]. Astrakhan', 2011, 18 p.
15. Gol'tsev B. V. Uchet osobennostey napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya pri raschete osnovnykh izgibnykh kharakteristik sudovogo valoprovoda [Taking into account the features of the stress-strain state when calculating the main bending characteristics of a ship shafting]. *Vestnik Inzhenernoy shkoly Dal'nevostochnogo federal'nogo universiteta*, 2016, no. 3 (28), pp. 53–61.

### **Информация об авторах**

**Д. А. Романюта** – главный конструктор конструкторского бюро Научно-исследовательского центра судостроения, аспирант кафедры судостроения, судоремонта и морской техники

**А. С. Ариенчук** – студент

### **Information about the authors**

**D. A. Romanyuta** – chief designer of the design bureau of the shipbuilding research center, graduate student of the department of “Shipbuilding, ship repair and marine technology”

**A. S. Arienchuk** – student

Статья поступила в редакцию 15.05.2024; одобрена после рецензирования 25.05.2024; принята к публикации 03.06.2024.

The article was submitted 15.05.2024; approved after reviewing 25.05.2024; accepted for publication 03.06.2024.