

Научная статья
УДК 624.073.121
DOI 10.46845/1997-3071-2025-79-113-126

К вопросу о расчете жесткой прямоугольной изотропной пластины с жестко закрепленным контуром под действием сосредоточенной нагрузки в центре пластины

Дмитрий Александрович Романюта¹, Алексей Сергеевич Ариенчук²

^{1, 2}Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия

¹dmitrij.romanyuta@klgtu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0828-5990>

²aleksej.arienchuk@klgtu.ru

Аннотация. В статье рассматривается вопрос корректности выполнения расчета на изгиб прямоугольной жесткой изотропной пластины с защемленным периметром под действием центрально приложенной сосредоточенной силы. Показано, что различные источники, посвященные разбору данной расчетной схемы, предлагают разные формулы для определения максимального прогиба по центру пластины и максимального значения удельного изгибающего момента по центру длинной кромки пластины. При этом, условно, справочная литература предлагает два типа формул расчета для определения каждой из указанных величин. Произведен поиск различных работ и статей, посвященных рассматриваемому в статье вопросу. Найдено несколько источников, в которых может быть подробно раскрыта последовательность решения изгиба данных пластин, но эти источники являются депонированными. Выполнен анализ размерностей расчетных формул и вспомогательных расчетных коэффициентов, расчет трех различных пластин с изменением коэффициента соотношения сторон. Выбор корректной расчетной формулы выполнен на основе сравнительного анализа результатов расчета с расчетом пластин методом конечных элементов в программном комплексе Fidesys. В рамках рассмотренных расчетных схем погрешность определения максимального прогиба и максимального значения удельного изгибающего момента по длинной стороне пластины по одной группе формул не превышала 5 %, по другой группе формул погрешность расчета достигала 75 %. Определена погрешность применения расчетных формул для материалов пластин с коэффициентом Пуассона, отличающимся от 0,3.

Ключевые слова: пластина, жесткая заделка, расчет прогибов, метод конечных элементов, Fidesys, сравнительный анализ.

Для цитирования: Романюта Д. А., Ариенчук А. С. К вопросу о расчете жесткой прямоугольной изотропной пластины с жестко закрепленным контуром под действием сосредоточенной нагрузки в центре пластины // Известия КГТУ. 2025. № 79. С. 113–126. DOI 10.46845/1997-3071-2025-79-113-126.

Original article

On the issue of calculating a rigid rectangular isotropic plate with a rigidly fixed contour under the action of a concentrated load in the center of the plate

Dmitriy A. Romanyuta^{1✉}, Aleksey S. Arienchuk²

^{1,2} Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia

¹ dmitrij.romanyuta@klgtu.ru[✉], <https://orcid.org/0000-0002-0828-5990>

² aleksej.arienchuk@klgtu.ru

Abstract. The article considers the issue of the correctness of the calculation of the bending of a rectangular rigid isotropic plate with a clamped perimeter under the action of a centrally applied concentrated force. It is shown that various sources devoted to the analysis of this calculation scheme offer different formulas for determining the maximum deflection at the plate center and the maximum value of the specific bending moment at the center of the long edge of the plate. Moreover, conventionally, the reference literature offers two types of calculation formulas for determining each of these quantities. A search has been conducted for various works and articles devoted to the issue considered in the article. Several sources have been found in which the sequence of solving the bending of these plates can be disclosed in detail, but these sources are deposited. An analysis of the dimensions of the calculation formulas and auxiliary calculation coefficients has been performed. Calculations have been performed for three different plates with a change in the aspect ratio. The correct calculation formula is selected based on a comparative analysis of the calculation results with the calculation of plates by the finite element method in the Fidesys software package. Within the framework of the considered calculation schemes, the error in determining the maximum deflection and the maximum value of the specific bending moment along the long side of the plate according to one group of formulas does not exceed 5 %, while according to another group of formulas, the calculation error reaches 75 %. The error in applying the calculation formulas for plate materials with a Poisson's ratio different from 0.3 has been determined.

Keywords: plate, rigid fixation, deflection calculation, finite element method, Fidesys, comparative analysis.

For citation: Romanyuta D. A., Arienchuk A. S. On the issue of calculating a rigid rectangular isotropic plate with a rigidly fixed contour under the action of a concentrated load in the center of the plate. *Izvestiya KGTU = KSTU News*. 2025;(79):113–126. (In Russ.). DOI 10.46845/1997-3071-2025-79-113-126.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование изгиба жесткой пластины (определение реакций в закреплениях, максимального изгибающего момента и поиск максимальной стрелки прогиба пластины), как известно, сводится к решению дифференциального уравнения [1, с. 6–7]:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = p, \quad (1)$$

где x, y – координаты рассматриваемой точки пластины в выбранной системе координат относительно самой пластины; w – стрелка прогиба пластины; p – распре-

деленная поперечная нагрузка, действующая на поверхность пластины; D – цилиндрическая жесткость пластины, определяемая по формуле (2):

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad (2)$$

где E – модуль упругости материала пластины; t – толщина пластины; μ – коэффициент Пуассона материала пластины.

Как правило, решение дифференциального уравнения (1) сводится к решению элементов изгиба в общем (вывод уравнений в функции от координат точек пластины x, y) и частном виде (поиск точек пластины с экстремальными значениями элементов изгиба).

Уравнение (1) представляет собой дифференциальное уравнение четвертого порядка в частных производных, решение которого в общем виде затруднительно. В связи с этим ряд типовых расчетных случаев представлен в виде прикладных, более «упрощенных» формул, позволяющих выполнить расчет пластины в заданном случае нагрузки без особого труда. К таким случаям нагрузки относится в том числе прямоугольная изотропная жесткая пластина с жестко защемленными по периметру кромками и приложенной сосредоточенной силой в центре пластины. Согласно [1, с. 12] прогиб в центре пластины (w) определяется по формуле (3), а максимальный изгибающий момент в середине более длинной стороны (M_{max}) – по формуле (4):

$$w_1 = k_1 \frac{Pb^3}{Et^3}, \quad (3)$$

$$M_{1max} = k_2 Pb, \quad (4)$$

где P – значение сосредоточенной силы; b – короткая сторона пластины; k_1, k_2 – коэффициенты, принимаемые в зависимости от значения соотношения сторон (a, b) рассчитываемой пластины [1, с. 12].

В случае, если коэффициенты k_1, k_2 являются безразмерными, то значение прогиба, получаемое по формуле (3), будет иметь размерность «м²», а изгибающего момента, определяемого по формуле (4) – «Н·м» (в системе СИ). Согласно [1, с. 6] изгибающий момент в теории пластин является удельным – приходящимся на единицу длины срединной плоскости. Таким образом, в системе СИ изгибающий момент должен иметь размерность «Н».

Следовательно, или коэффициенты k_1, k_2 должны иметь размерность «м⁻¹», или формулы (3) и (4) являются ошибочными. На данном этапе принимается, что коэффициенты k_1, k_2 имеют размерность «м⁻¹».

Положим, что рассматривается стальная ($E=2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu=0,3$) квадратная ($a=b=0,3$ м) пластина толщиной 8 мм ($t=0,008$ м), жестко защемленная по периметру под действием сосредоточенной силы в центре, равной 20 кН ($P=20\,000$ Н). В таком случае прогиб по центру пластины, определяемый по формуле (3), составит:

$$w = 0,0611 \frac{20000 \cdot 0,3^3}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,008^3} = 0,000307 \text{ м} = 0,307 \text{ мм},$$

где $k_1=0,0611 \text{ м}^{-1}$ – значение коэффициента при соотношении сторон, равном 1.

Максимальный момент посередине кромки пластины, определяемый по формуле (4), составит:

$$M_{max} = 0,1257 \cdot 20000 \cdot 0,3 = 754,2 \text{ Н},$$

где $k_2=0,1257 \text{ м}^{-1}$ — значение коэффициента при соотношении сторон, равном 1.

Было принято решение выполнить проверку полученного результата с помощью расчета методом конечных элементов (далее – МКЭ) в программном пакете Fidesys.

Результаты расчета прогибов представлены на рис. 1, результат расчета максимального изгибающего момента – на рис. 2. Размер сетки на данных рисунках – 20 мм.

По результатам расчета видно, что прогиб пластины в центре равен 1,043 мм, а максимальный изгибающий момент посередине каждой кромки составляет 2 254 Н (по модулю). Оценка точности полученных результатов проверена анализом сеточной сходимости, представленной в табл. 1.

Таблица 1. Анализ сеточной сходимости

Table 1. Mesh convergence analysis

Размер КЭ, мм	Прогиб в центре пластины		Изгибающий момент по центру кромки пластины	
	Значение, мм	Разница относительно предыдущего шага, %	Значение, Н	Разница относительно предыдущего шага, %
20	1,043	—	2 254	—
10	1,053	0,958	2 362	4,79
5	1,060	0,665	2 430	2,88
2	1,066	0,566	2 472	1,73

В качестве конечного принимается результат, полученный на сетке размером 2 мм, – прогиб в центре пластины 1,066 мм и изгибающий момент по центру кромки пластины 2 472 Н.

Результаты расчета прогиба с помощью МКЭ относительно справочного расчета расходятся практически в 3,47 раза, а по максимальному изгибающему моменту – в 3,28 раза. Аналогичный расчет выполнен для ряда других пластин с иными значениями соотношения сторон, прикладываемой силы и материала пластины, в каждом случае наблюдается существенное расхождение между расчетом согласно [1] и расчетом, выполненном в программном пакете Fidesys. При этом в каждом случае степень расхождения результатов разная.

Учитывая вышеизложенное, представляется, что формулы в [1] являются ошибочными. Таким образом, цель работы – найти истинные формулы для определения прогиба в центре и максимального изгибающего момента посередине длинных сторон прямоугольной изотропной жестко защемленной по периметру пластины под действием центрально приложенной сосредоточенной силы.

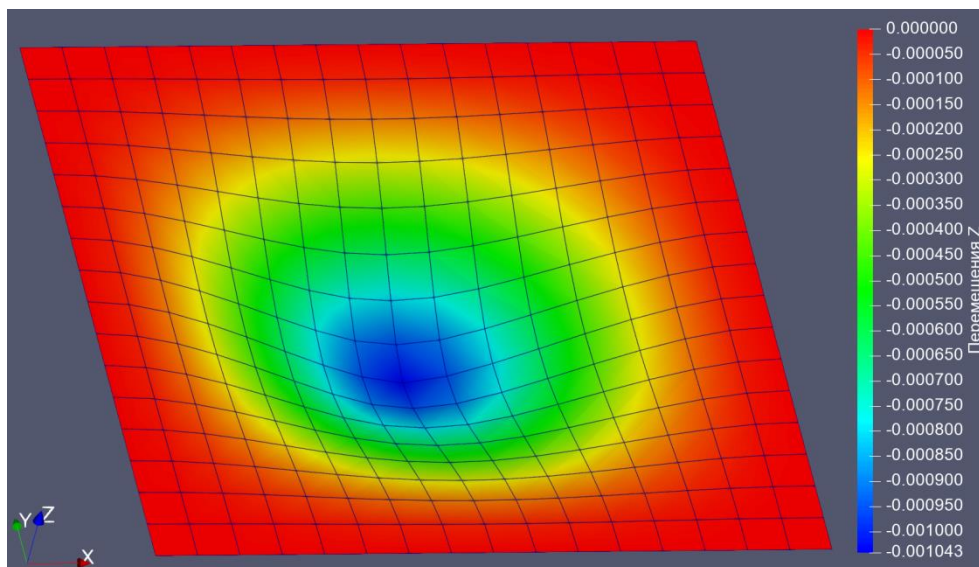


Рис. 1. Перемещения вдоль оси Z (прогиб) пластины под действием
сосредоточенной силы в центре

Fig. 1. Displacements along the Z axis (deflection) of the plate under the action
of a concentrated force at the center

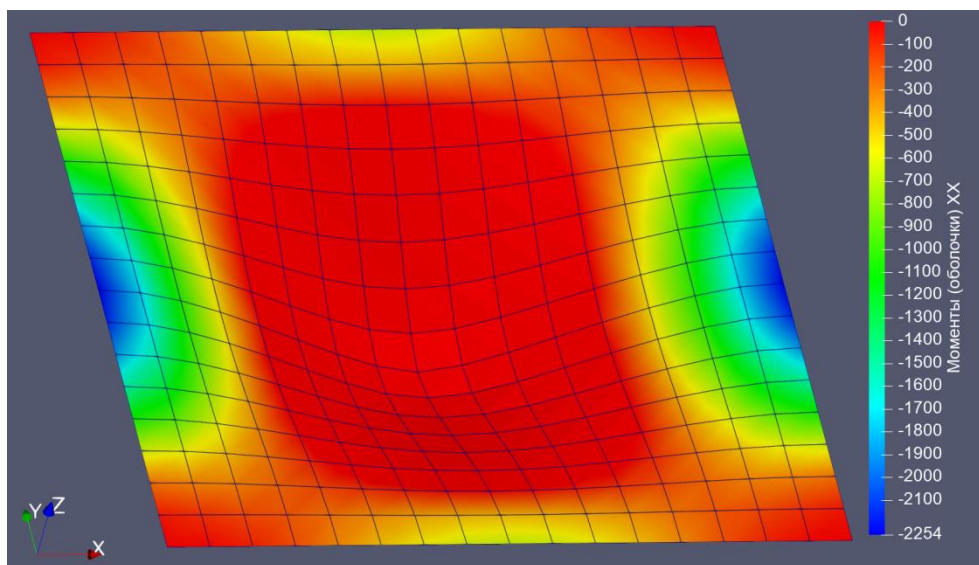


Рис. 2. Результат расчета изгибающего момента в квадратной пластине
под действием сосредоточенной силы относительно оси X

Fig. 2. Calculation result of the bending moment in a square plate under the action
of a concentrated force relative to the X-axis

ПОИСК ИСТОЧНИКОВ С ТРЕБУЕМОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМОЙ

С целью исключения допущения опечаток в расчетных формулах (3) и (4) по справочнику [1] были предприняты попытки отыскать переработанное переиздание данного справочника, но найти ничего не удалось. В связи с этим принято решение выполнить поиск данной расчетной схемы в других источниках.

Расчетно-теоретический справочник проектировщика [2] включает в себя большое количество расчетных схем пластин, в том числе прямоугольную изотропную пластину на жестко защемленном контуре под действием сосредоточенной нагрузки.

Согласно [2, с. 625] прогиб в центре защемленной пластины определяется по формуле (5), а максимальный изгибающий момент посередине длинной кромки пластины – по формуле (6):

$$w_2 = k_3 \frac{Pb^3}{D}, \quad (5)$$

$$M_{2max} = k_4 P, \quad (6)$$

где k_3, k_4 – коэффициенты, принимаемые в зависимости от значения соотношения сторон (a, b) рассчитываемой пластины [2, с. 625]. Здесь и далее по тексту будет полагаться, что в случае разбора прямоугольной пластины размер « a » – длинная сторона пластины, размер « b » – короткая сторона пластины.

В случае квадратной пластины $k_3=0,0056$, $k_4=0,1257$.

На данном этапе можно отметить, что формулы для расчета максимальных изгибающих моментов отличаются. Формула (4) дополнительно учитывает длину короткой стороны пластины « b », чего не учитывает формула (6).

Для анализа формулы расчета прогибов (3) умножим числитель и знаменатель формулы на $12(1 - \mu^2)$. Получим:

$$w_1 = k_1 \frac{Pb^3}{Et^3} \cdot \frac{12(1 - \mu^2)}{12(1 - \mu^2)} = \frac{Pb^3}{D} \cdot \frac{k_1}{12(1 - \mu^2)}.$$

Для того, чтобы формулы (3) и (5) дали одинаковый результат, необходимо соблюдение равенства (7):

$$k_3 = \frac{k_1}{12(1 - \mu^2)}. \quad (7)$$

Предполагая коэффициент Пуассона равным 0,3, а коэффициент $k_1 - 0,0611$, правая часть уравнения (7) будет выглядеть как:

$$\frac{k_1}{12(1 - \mu^2)} = \frac{0,0611}{12(1 - 0,3^2)} = 0,0056.$$

Полученное значение совпадает со значением коэффициента k_3 , представленным выше, отсюда следует, что формула (5) совпадает с формулой (3). При этом необходимо отметить, что формула для определения прогибов в центре пластины, изложенная в [1], справедлива только для материалов с коэффициентом Пуассона, равным 0,3, что не отмечено в самом источнике.

Справочник [2] был переиздан в 1973 г. [3] с сохранением вышеизложенной расчетной схемы. Согласно [3, с. 51] максимальный изгибающий момент в середине длинной кромки определяется по формуле (6), а максимальный прогиб по центру пластины – по формуле (8):

$$w_3 = \frac{k_5}{10^4} \frac{Pb^2}{D}, \quad (8)$$

где k_5 – коэффициент, принимаемый в зависимости от значения соотношения сторон (a, b) рассчитываемой пластины [3, с. 51] и для квадратной пластины, равный 56.

Таким образом, данная формула отличается от формул (3) и (5) на показатель степени величины b .

В источнике [4] описываются различные расчетные случаи пластин, при этом зачастую с выводом соответствующих преобразованных, более простых уравнений. Согласно [4, с. 224] максимальный прогиб в центре и максимальный изгибающий момент посередине длинной стороны пластины на жестком контуре под действием центрально приложенной сосредоточенной силы определяется по формулам (3) и (6) соответственно.

Обращаясь к зарубежному опыту, стоит упомянуть источник [5], содержащий большое количество расчетных схем балок, пластин и др. Согласно представленной информации [5, с. 509], максимальный прогиб в интересующем расчетном случае определяется по формуле (8). Формула для определения максимального изгибающего момента посередине длинной стороны пластины не представлена, однако имеется формула для расчета нормальных напряжений в данном месте (см. формулу (9)):

$$\sigma_5 = \beta_2 \frac{P}{t^2}, \quad (9)$$

где P – значение сосредоточенной силы; t – толщина пластины; β_2 – коэффициент, принимаемый в зависимости от значения соотношения сторон (a, b) рассчитываемой пластины [5, с. 509]. Для квадратной пластины данный коэффициент равен 0,7542.

В то же время нормальные напряжения на лицевых поверхностях пластины определяются по формуле (10) [1, с. 8]:

$$\sigma_5 = \frac{6M}{t^2}, \quad (10)$$

где M – значение изгибающего момента в пластине.

С учетом формулы (10), из формулы (9) можно получить формулу для определения необходимого изгибающего момента:

$$M_5 = \frac{\beta_2 P}{6} = \frac{0,7542 \cdot P}{6} = 0,1257 \cdot P.$$

Полученное выражение для изгибающего момента соответствует выражению (6).

Книга [6] полностью посвящена расчету различного рода пластин (прямоугольных, круглых, ребристых, кольцевых и пр.). В источнике также имеется рассматриваемая в данной статье расчетная схема [6, с. 347], однако авторы поясняют, что предлагаемые ими формулы подходят только для расчета пластин из материала

с коэффициентом Пуассона 1/6 и коэффициентами соотношения сторон 1,0 и 1,5. Ввиду достаточно ограниченной области применения предлагаемых в источнике формул далее в работе он не рассматривается. Тем не менее стоит отметить, что при расчете максимального прогиба по центру пластины размер стороны пластины в числителе используется с показателем степени 2, а значение изгибающего момента по центру длинной кромки пластины вычисляется перемножением значения прикладываемой нагрузки на определенный числовой коэффициент, что соответствует формулам (6) и (8). Вся представленная информация обобщена и представлена в табл. 2.

Таблица 2. Расчетные формулы для определения прогиба в центре пластины и изгибающего момента по длинной стороне пластины

Table 2. Calculation formulas for determining the deflection at the center of the plate and the bending moment along the long side of the plate

Величина	Максимальный прогиб в центре пластины		Максимальный изгибающий момент в центре длинной кромки пластины	
Формулы	$w = k_1 \frac{Pb^3}{Et^3}$	$w = \frac{k_5 Pb^2}{10 Et^3}$	$M_{max} = k_2 Pb$	$M_{max} = k_4 P$
Источники	[1, 2, 4]	[3, 5]	[1]	[2–5]

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРНОСТЕЙ РАСЧЕТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Во всех упоминаемых источниках [1–6] размерность коэффициентов $k_1 - k_5$, определяемых в зависимости от отношения сторон рассчитываемой пластины, не указана, это, вероятно, говорит о том, что они являются безразмерными. В таком случае для определения прогиба следует использовать формулу (8), а для определения изгибающего момента – формулу (6), упомянутое выше предположение о размерности данных коэффициентов в виде «м⁻¹» является ошибочным.

АНАЛИЗ НАУЧНОГО ЗАДЕЛА В ЧАСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРЕКТНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ РАССМАТРИВАЕМОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ

Дополнительно был выполнен поиск статей и других работ в части расчета рассматриваемой расчетной схемы и определения корректных формул.

В отчете [7] рассматривается вопрос сопоставления решения изгиба равномерно-распределенной нагрузки по всей площади жестко закрепленной пластины с решением от действия сосредоточенной силы в центре, являющейся равнодействующей от распределенной нагрузки. В работе рассмотрено определение изгибающих моментов в пластине, однако никаких расчетных формул не представлено.

Статья [8] посвящена расчету прямоугольных пластин под действием различных нагрузок (в том числе сосредоточенных) с применением разрывных импульсных функций. Показаны результаты расчета прогиба пластин в различных условиях, тем не менее также не представлены конечные расчетные формулы для определения прогибов и изгибающих моментов, однако указано, что полученные

аналитические результаты расчета хорошо коррелируют с результатом расчета методом конечных элементов

В работе [9] изложена схема расчета прямоугольной пластины под действием сосредоточенной силы в ее центре. Предлагаемое авторами решение сводится к использованию метода суперпозиций исправляющих функций в виде гипербола-тригонометрических рядов. Авторы предлагают набор формул, с помощью которых можно определить функцию прогиба пластины и, как следствие, необходимые изгибающие моменты. Данный метод действительно в пределе может дать достаточно точный результат расчета изгиба пластины, но в прикладном смысле труднореализуемый.

Потенциально решение рассматриваемого в статье вопроса могло быть раскрыто в материалах [10–12], однако данные источники относятся к категории депонированных рукописей и не располагаются в открытом доступе.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОРРЕКТНЫХ ФОРМУЛ

Определение корректных формул расчета изгиба выполнено на трех стальных пластинах разных размеров. Информация по расчетным случаям для пластин представлена в табл. 3.

Таблица 3. Информация по расчетным случаям для пластин

Table 3. Information on the design cases for plates

№ расчетного случая	Размеры пластины, мм	Сосредоточенная нагрузка в центре пластины, Н
1	300x300x8	20 000
2	350x250x8	20 000
3	390x300x8	20 000

Расчетный случай № 1 основан на задаче, описанной во введении данной статьи.

Расчетный случай № 2 отличается от расчетного случая № 1 коэффициентом соотношения сторон. Численные коэффициенты, участвующие в расчете максимального прогиба и максимального изгибающего момента, приняты в явном виде из источников при коэффициенте соотношения сторон 1,4.

Расчетный случай № 3 отличается от двух вышеописанных тем, что значения необходимых коэффициентов приняты из справочной информации методом линейной интерполяции, поскольку информация по данным коэффициентам представлена для пластин с соотношением сторон 1,0; 1,2; 1,4; 1,6 и т. д. Выбранный расчетный случай характерен отношением сторон 1,3.

В качестве упругих констант для стали принят коэффициент Пуассона 0,3 и модуль упругости $2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Расчет изгиба пластин выполнен 2 способами:

1. С помощью «упрощенных» формул: по формулам (5) и (8) для определения максимального прогиба и по формулам (4) и (6) для определения максимального изгибающего момента по центру длинной кромки пластины;

2. С помощью метода конечных элементов (МКЭ): в системе прочностного анализа Fidesys. Размер сетки во всех расчетах принимался равным 2,0 мм.

Результаты расчета представлены в табл. 4.

Таблица 4. Результаты расчета пластин на изгиб

Table 4. Results of plate bending calculations

Расчетная характеристика	Метод расчета	Расчетный случай № 1	Расчетный случай № 2	Расчетный случай № 3
Максимальный прогиб в центре пластины, мм	По формуле (5)	0,307	0,219	0,367
	По формуле (8)	1,024	0,876	1,225
	По МКЭ	1,07	0,919	1,28
Максимальный изгибающий момент по центру длинной кромки, Н	По формуле (4)	628	802	928
	По формуле (6)	2514	3208	3094
	По МКЭ	2 436	3 148	3 070

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В табл. 5 представлена оценка погрешностей полученных значений прогибов и моментов относительно результатов конечно-элементного анализа в абсолютных значениях в процентах.

Полученные результаты свидетельствуют о следующем:

1. С точки зрения определения максимального прогиба под приложенной сосредоточенной силой в центре прямоугольной и защемленной по периметру пластины формула (8) дает гораздо более точные результаты, чем формула (5). Данный факт свидетельствует о том, что формулы, изложенные в [1], [2] и [4], ошибочны и требуют корректировок;

2. Расчет пластин с коэффициентом сторон, отличающимся от стандартных, представленных в источниках, также дает достоверный результат при определении вспомогательных расчетных коэффициентов методом линейной интерполяции;

3. Расчет максимального изгибающего момента по центру длинной кромки пластины, выполненный по формуле (4), демонстрирует существенную погрешность по сравнению с расчетом по формуле (6).

Таблица 5. Оценка погрешности расчетов (в процентах)

Table 5. Estimate of calculation error (in percent)

Расчетная характеристика	Метод расчета	Расчетный случай № 1	Расчетный случай № 2	Расчетный случай № 3
Максимальный прогиб в центре пластины	По формуле (5)	71,3	76,2	71,3
	По формуле (8)	4,30	4,68	4,30
Максимальный изгибающий момент по центру длинной кромки	По формуле (4)	74,2	74,5	69,8
	По формуле (6)	3,20	1,91	0,78

Таким образом, формулы (3) и (4), изложенные в [1], могут быть использованы в практических расчетах при условии исключения из них множителя b . При этом, как было отмечено выше, формула (3) для определения максимального прогиба в центре пластины справедлива только для материалов с коэффициентом Пуассона 0,3.

Учитывая это, имеется возможность оценить погрешность применения откорректированной формулы для определения прогиба в рассматриваемом расчетном случае из справочника [1] применительно к материалам с коэффициентом Пуассона, отличающимся от 0,3, по формуле (11)

$$\Delta = \frac{w_1 - w_0}{w_0} \cdot 100, \quad (11)$$

где Δ – погрешность применения откорректированной формулы (3); w_1 – прогиб в центре пластины, изготовленной из материала с коэффициентом Пуассона, отличающимся от 0,3; w_0 – прогиб в центре пластины, изготовленной из материала с коэффициентом Пуассона 0,3.

С учетом формул (2), (5) и (7) формулу (11) можно записать в виде формулы (12):

$$\Delta = \left(\frac{1 - \mu_1^2}{1 - \mu_0^2} - 1 \right) \cdot 100, \quad (12)$$

где μ_0 – коэффициент Пуассона, равный 0,3; μ_1 – коэффициент Пуассона, отличный от 0,3.

Результат расчет представлен в виде графика на рис. 3. Значение коэффициента Пуассона принято в диапазоне 0,15 – 0,45. Для данного диапазона погрешность применения даже откорректированной формулы (3) может достигать 13 %.

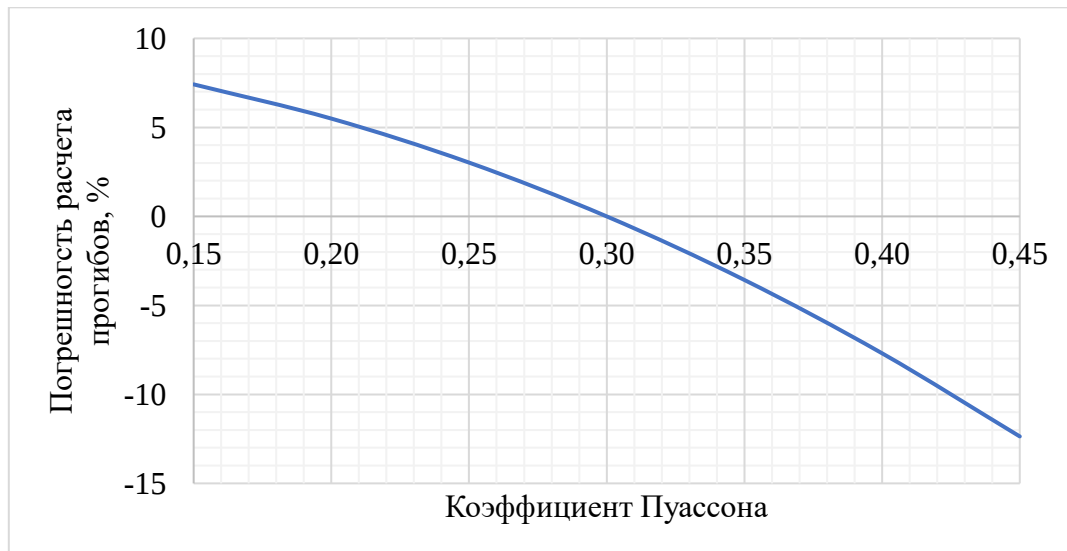


Рис. 3. Погрешность применения откорректированной формулы (3) в зависимости от коэффициента Пуассона материала рассчитываемой пластины

Fig. 3. Error in applying the corrected formula (3) depending on the Poisson's ratio of the material of the calculated plate

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Формулы для расчета изгиба прямоугольной жесткой изотропной пластины, защемленной по периметру под действием сосредоточенной нагрузки в центре, представленные в справочнике по строительной механике корабля [1] – в одном из базовых справочников в данном направлении, – ошибочны и не могут применяться для практических расчетов.

2. Формулы для определения максимального прогиба в центре пластины в том же случае нагружения, согласно справочнику [2] и книги [4], также носят ошибочный характер.

3. Для определения максимального прогиба в центре пластины необходимо использовать формулу (8), а для определения максимального изгибающего момента в центре длинной кромки пластины – формулу (6).

4. Расчетные случаи изгиба пластин, рассмотренные в [1], касаются пластин, выполненных из материала с коэффициентом Пуассона 0,3.

5. Для корректного расчета прямоугольной изотропной жесткой пластины с защемленным периметром и силой, приложенной в центре, необходимо в формулах (3) и (4) исключить множитель b – размер короткой стороны пластины.

6. Применение даже откорректированной формулы (3) из справочника [1] к пластинам, изготовленным из материала с коэффициентом Пуассона, отличающимся от 0,3, может привести к погрешности в определении прогибов по центру пластины свыше 10 %.

Все используемые источники размещены по ссылке в открытом доступе¹.

Список источников

1. Справочник по строительной механике корабля: в 3 т. / под общ. ред. Ю. А. Шиманского. – Ленинград: Государственное союзное издательство судостроительной промышленности, 1958–1960. – Т. 2. – 528 с.

2. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений: расчетно-теоретический / под ред. А. А. Уманского. – Москва: Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1960. – 1040 с.

3. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений: расчетно-теоретический: в 2 кн. / под ред. А. А. Уманского. – Москва: Издательство литературы по строительству, 1972–1973. – Т. 2. – 416 с.

4. Тимошенко, С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко. – Москва, Ленинград: ОГИЗ, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. – 460 с.

5. Young, W. C. Roark's formulas for stress and strain / W. C. Young, R. G. Budynas. – 7th ed. – New York: McGraw-Hill Publ., 2002. – 852 p. – ISBN 0-07-072542-X.

¹ <https://disk.yandex.ru/d/SkQHZvcCkHXKfQ>

6. Вайнберг, Д. В. Расчет пластин / Д. В. Вайнберг, Е. Д. Вайнберг. – Киев: Будівельник, 1970. – 435 с.
7. Косауров, А. П. Анализ и особенности методов при расчете пластин и оболочек на изгиб: отчет / А. П. Косауров, П. В. Тимофеев. – Москва, 2013. – 17 с.
8. Кешишьян, Д. Э. Расчет пластин на действие локальных нагрузок аналитическим методом с применением обобщенных функций / Д. Э. Кешишьян // Молодой ученый. – 2019. – № 48 (286) – С. 57–63.
9. Сухотерин, М. В. Оценка действия сосредоточенной силы на обшивку судна / М. В. Сухотерин, К. О. Ломтева // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. – 2011. – № 1 (9). – С. 43–47.
10. Метод расчета прямоугольных пластин при изгибе сосредоточенными силами. – Текст: электронный // Elibrary: сайт. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18298547> (дата обращения: 12.07.2025).
11. Оценка погрешности одного приближенного решения задачи об изгибе прямоугольной пластины. – Текст: электронный // Elibrary: сайт. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18298546> (дата обращения: 12.07.2025).
12. Уточнение одного приближенного решения задачи об изгибе и свободных колебаниях защемленной по контуру прямоугольной пластины. – Текст: электронный // Elibrary: сайт. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18291752> (дата обращения: 12.07.2025).

References

1. Handbook of Ship Structural Mechanics: in 3 Vols. / ed. by Yu. A. Shimansky. – Leningrad: State Union Publishing House of Shipbuilding Industry, 1958–1960. – Vol. 2. – 528 p.
2. Designer's Handbook for Industrial, Residential and Public Buildings and Structures: Theoretical and Calculational / ed. by A. A. Umansky. – Moscow: State Publishing House of Literature on Construction, Architecture and Building Materials, 1960. – 1040 p.
3. Designer's Handbook for Industrial, Residential and Public Buildings and Structures: Theoretical and Calculational: in 2 Books / ed. by A. A. Umansky. – Moscow: Publishing House of Construction Literature, 1972–1973. – Vol. 2. – 416 p.
4. Timoshenko, S. P. Plates and Shells / S. P. Timoshenko. – Moscow, Leningrad: OGIZ, State Publishing House of Technical and Theoretical Literature, 1948. – 460 p.
5. Young, W. C. Roark's Formulas for Stress and Strain / W. C. Young, R. G. Budynas. – 7th ed. – New York: McGraw-Hill Publ., 2002. – 852 p. – ISBN 0-07-072542-X.
6. Vaynberg, D. V. Plate Analysis / D. V. Vaynberg, E. D. Vaynberg. – Kyiv: Budivelnik, 1970. – 435 p.
7. Kosaurov, A. P. Analysis and Specific Features of Methods for Bending Analysis of Plates and Shells: Report / A. P. Kosaurov, P. V. Timofeev. – Moscow, 2013. – 17 p.
8. Keshishyan, D. E. Analytical Calculation of Plates under Local Loads Using Generalized Functions / D. E. Keshishyan // Young Scientist. – 2019. – № 48 (286). – P. 57–63.

9. Sukhoterin, M. V. Assessment of the Effect of a Concentrated Force on Ship Hull Plating / M. V. Sukhoterin, K. O. Lomteva // Bulletin of Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping. – 2011. – № 1 (9). – P. 43–47.

10. Method for Calculating Rectangular Plates under Bending by Concentrated Forces. – Text electronic // Elibrary: site. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18298547> (date of treatment: 12.07.2025).

11. Estimation of the Error of an Approximate Solution to the Problem of Bending of a Rectangular Plate. – Text electronic // Elibrary: site. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18298546> (date of treatment: 12.07.2025).

12. Refinement of an Approximate Solution to the Problem of Bending and Free Vibrations of a Rectangular Plate Clamped along the Contour. – Text electronic // Elibrary: site. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18291752> (date of treatment: 12.07.2025).

Информация об авторах

Д. А. Романюта – главный конструктор, заместитель директора научно-образовательного центра судостроения, морской инфраструктуры и техники

А. С. Ариенчук – магистрант 2-го года обучения

Information about the authors

D. A. Romanyuta – Chief Designer, Deputy Director of the Scientific and Educational Center for Shipbuilding, Marine Infrastructure and Technology

A. S. Arienchuk – 2nd year master's student

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Contribution of the authors

The authors contributed equally to this article

The authors declare no conflicts of interests

Статья поступила в редакцию 30.09.2025; одобрена после рецензирования 10.10.2025; принята к публикации 15.10.2025.

The article was submitted 30.09.2025; approved after reviewing 10.10.2025; accepted for publication 15.10.2025.